MMA Mainzer Mathe-Akademie

INSTITUT FÜR MATHEMATIK

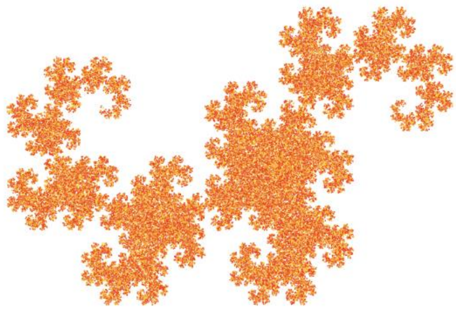
JOHANNES GUTENBERG UNIVERSITÄT MAINZ

Kursthemen und Dozenten 2023

Die MMA findet statt von Mittwoch, den 27. September, bis Sonntag, den 1. Oktober 2023.

❶ Über fraktale Kurven

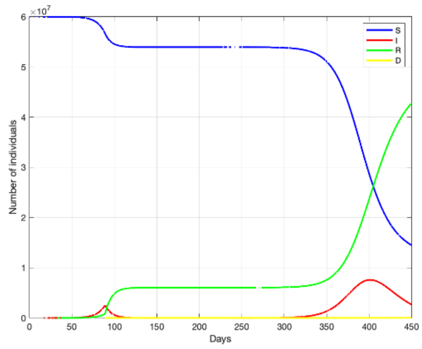
(Prof. Dr. Steffen Fröhlich)



Im Jahr 1954 schrieb der polnische Mathematiker Hugo Steinhaus, dass „... das linke Ufer der Weichsel, wenn es mit zunehmender Genauigkeit gemessen wird, das zehn-, hundert- oder sogar tausendfache der einem Schulatlas entnommenen Länge liefert ... Eine solche Aussage steht im Gegensatz zu der Meinung, dass nichtrektifizierbare Bogenlinien eine Erfindung der Mathematiker sind und dass natürliche Bogenlinien rektifizierbar sind: das Gegenteil ist wahr.“
In diesem Kurs wollen wir die Begriffe Länge, Inhalt und Dimension von Kurven mathematisch erfassen und an einer Vielzahl von Beispielen aus der gewöhnlichen und aus der von B. Mandelbrot begründeten fraktalen Geometrie veranschaulichen. Im Vordergrund steht insbesondere das Verstehen und Berechnen gebrochener Dimensionen ebener Kurven. Es soll gerechnet, aber auch gebastelt und programmiert werden.

❷ Mathematik und Epidemien

(Prof. Dr. Lisa Hartung)



Wir haben alle in den letzten Jahren gesehen, wie wichtig es wäre, die Ausbreitung von Infektionskrankheiten auf unserer stark vernetzten Welt zu verstehen und vorherzusagen.
Dazu sind neben medizinischem und biologischem Wissen mathematische Modelle ein unverzichtbares Hilfsmittel geworden. In diesem Kurs möchten wir verstehen, was solche Modelle leisten können, aber auch wo ihre Grenzen liegen. Stochastische Modelle für die Beschreibung biologischer Populationen wurden zuerst vor etwa hundert Jahren im Kontext der Evolutionsbiologie entwickelt. Um die gleiche Zeit wurde auch das erste Modell zur Beschreibung von Epidemien (das sogenannte SIR Modell) von Kermack und McKendrick entwickelt, welche dieses zur Beschreibung einer Pestepedemie verwendeten.
Im ersten Teil des Kurses werden solche Modelle vorgestellt und ihre mathematischen Grundlagen besprochen. Im zweiten Teil des Kurses werden wir in Projektgruppen spezifischeren Fragestellungen mit Hilfe von Computersimulationen auf den Grund gehen.

❸ Treffen sich zwei Parallelen im Unendlichen

(Dr. Cynthia Hog-Angeloni)

$$(x^2 + y^2)^2 - (x^2 - y^3) = 0$$

Eine *ebene algebraische Kurve* ist die Lösungsmenge einer Polynomgleichung in zwei Variablen x und y. Die Beschäftigung mit algebraischen Kurven beginnt also schon mit der Untersuchung von Geraden $ax + by + c = 0$ und Kegelschnitten $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ (Ellipse, Parabel, Hyperbel) mit Parametern a,b,c,d,e,f $\in \mathbb{R}$. Bereits in der Antike wurden aber auch Polynome vom Grad ≥ 3 untersucht; man gab den Lösungsmengen wohlklingende Namen wie „Kissoide“ (Efeublatt), „Konchoide“ (Muschelkurve), „Cardioide“ (Herzkurve). In 2023 angekommen, verschaffen wir uns zunächst einmal Platz: Parallelscharen von Geraden erhalten einen gemeinsamen „unendlich fernen“ Punkt; der $\mathbb{R}^2$ wird entsprechend vergrößert, woraufhin schon einmal alle (nicht ausgearteten) Kegelschnitte gleich aussehen, also die Unterscheidung Ellipse, Parabel, Hyperbel sich in Luft auflöst.Aber auch die so gewonnene reelle Projektive Ebene ist uns noch zu klein: schon die Gleichung $x^2 + y^2 = -1$ hat ja eine leere Lösungsmenge $x,y \in \mathbb{R}$, die wir nicht zu den algebraischen Kurven zählen wollen. Durch eine weitere Vergrößerung von den reellen zu den komplexen Zahlen merken wir, dass sich aus der komplexen Adlerperspektive die Lösungsmengen von $x^2 + y^2 = -1$ und $x^2 + y^2 = +1$ nicht mehr nennenswert unterscheiden; die Lösungen der ersten haben sich nur vor dem engen reellen Blick versteckt! Kursziel ist der *Satz von Bézout*, welcher besagt, dass die Anzahl der Schnittpunkte zweier ebener algebraischer Kurven mit einer geeigneten Definition von Schnittmultiplizität gleich dem Produkt der Grade der definierenden Polynome ist.

Nähere Informationen und Anmeldung unter: `http://www.mathematik.uni-mainz.de/mainzer-mathe-akademie/`
Rückfragen an Martin Mattheis: Mattheis@mathematik.uni-mainz.de, Telefon: 06131/39-22134
oder Christoph Schwickert: schwickc@uni-mainz.de, Telefon: 06131/39-22134

Die Mainzer Mathe-Akademie wird gefördert vom Verein der Freunde der Mathematik an der Johannes Gutenberg-Universität Mainz e.V.